Lista de exercícios 01

**MATHEUS HENRIQUE MARTINS – 1445**

**26/05/2021**

|  |  |
| --- | --- |
|  | M106 – Cálculo Numérico  Prof. Edson J. C. Gimenez 2021/Sem1 |

1) Seja o número x = 2113 representado por x’ = 2112,9 e seja o número y = 5,2 representado por y’ = 5,3. Pode-se dizer que ambos os números estão representados com a mesma precisão? Justifique sua resposta.

**Solução:**

ER(x’) = |x – x’| / |x’| ER(y’) = |y – y’| / |y’|

ER(x’) = |2113 – 2112,9| / |2112,9| ER(y’) = |5,2 – 5,3| / |5,3|

ER(x’) = 0,000047328 ER(y’) = 0,01886792453

ER(x’) ≅ 0,0047328% ER(y’) ≅ 1,886792453%

Não, a aproximação de x por x’ tem maior precisão, uma vez que seu erro absoluto é menor.

2) Achar, usando o método **TEU**, os intervalos em que a função f(x) = x3 – 2x2 – 20x + 30 apresenta apenas uma raiz. Utilize o intervalo [-7, 7].

**Solução:**

1º) Deriva-se a função f(x): f’(x) = 3x2 – 4x – 20

2º) Preenche-se a TABELA:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-7** | **-6** | **-5** | **-4** | **-3** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **f(x)** | -271 | -138 | -45 | 14 | 45 | 54 | 47 | 30 | 9 | -10 | -21 | -18 | 5 | 54 | 135 |
| **f’(x)** | 155 | 112 | 75 | 44 | 19 | 0 | -13 | -20 | -21 | -16 | -5 | 12 | 35 | 64 | 99 |

3º) Observa-se os intervalos em que f(a) · f(b) < 0 e que f′(x) não muda de sinal no intervalo [a,b]:

**Intervalos [-5,-4], [1, 2] e [4, 5].**

3) Achar, usando o método **TEU**, os intervalos em que a função f(x) = 1/x + *sen*(x) apresenta apenas uma raiz. Utilize o intervalo [-7, 7].

**Solução:**

1º) Deriva-se a função f(x): f’(x) = – 1/x2 + *cos*(x)

2º) Preenche-se a TABELA:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-7** | **-6** | **-5** | **-4** | **-3** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **f(x)** | -0,8 | 0,113 | 0,76 | 0,51 | -0,47 | -1,41 | -1,84 | - | 1,84 | 1,409 | 0,475 | -0,51 | -0,76 | -0,11 | 0,8 |
| **f’(x)** | 0,734 | 0,932 | 0,244 | -0,72 | -1,1 | -0,67 | -0,46 | - | -0,46 | -0,67 | -1,1 | -0,72 | 0,244 | 0,932 | 0,734 |

3º) Observa-se os intervalos em que f(a) · f(b) < 0 e que f′(x) não muda de sinal no intervalo [a,b]:

**Intervalos [-7,-6], [-4,-3], [3, 4] e [6, 7].**

4) Encontrar, usando o método da bissecção, a raiz aproximada da função f(x) = x3 – 2x2 – 20x + 30, que se encontra no intervalo [1, 2], com tolerância de ε = 10-2. Utilize como critério de parada |f(xn)|. Trabalhe com cinco casas decimais.

Obs.: monte uma tabela com os valores utilizados em cada iteração.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **a** | **b** | **x’** | **f(x’)** |
| 0 | 1 | 2 | 1,5 | -1,125 |
| 1 | 1 | 1,5 | 1,25 | 3,82813 |
| 2 | 1,25 | 1,5 | 1,375 | 1,31836 |
| 3 | 1,375 | 1,5 | 1,4375 | 0,08765 |
| 4 | 1,4375 | 1,5 | 1,46875 | -0,52103 |
| 5 | 1,4375 | 1,46875 | 1,45313 | -0,21736 |
| 6 | 1,4375 | 1,45313 | 1,44532 | 0,0651 |
| 7 | 1,4375 | 1,44532 | 1,44141 | 0,01124 |
| 8 | 1,44141 | 1,44532 | 1,44337 | -0,02704 |
| 9 | 1,44141 | 1,44337 | 1,44239 | -0,0079 | **< ε** |

**Resp:** x = 1,44239, usando critério de parada |f(xn)| < 10-2

5) Encontrar, usando o método da bissecção, a raiz da função f(x) = 1/x + *sen*(x), que se encontra no intervalo [3, 4], com erro ε = 10-2. Utilize como critério de parada . Trabalhe com cinco casas decimais.

Obs.: monte uma tabela com os valores utilizados em cada iteração.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **a** | **b** | **x’** | **f(x’)** | **(bn – an)/2** |
| 0 | 3 | 4 | 3,5 | -0,06507 | 0,5 |
| 1 | 3 | 3,5 | 3,25 | 0,1995 | 0,25 |
| 2 | 3,25 | 3,5 | 3,375 | 0,065 | 0,125 |
| 3 | 3,375 | 3,5 | 3,4375 | -0,0007 | 0,0625 |
| 4 | 3,375 | 3,4375 | 3,40625 | 0,032 | 0,03125 |
| 5 | 3,40625 | 3,4375 | 3,42188 | 0,01561 | 0,01563 |
| 6 | 3,42188 | 3,4375 | 3,42969 | 0,00744 | 0,00781 | **< ε** |



**Resp:** x = 3,42969, usando critério de parada < 10-2

6) Encontrar, usando o método de Newton-Raphson, a raiz da função f(x) = x3 – 2x2 – 20x + 30, que se encontra no intervalo [-5,-4], com tolerância de ε = 10-3. Utilize como critério de parada |f(xn)| < ε ou | xn - xn-1 | < ε, o que ocorrer primeiro. Trabalhar com 6 casas decimais.

Obs.: monte uma tabela com os valores utilizados em cada iteração.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **x(k)** | **f(x(k))** | **f'(x(k))** | **x(k)-x(k-1)** |
| 0 | -4,5 | -11,625 | 58,75 |  |
| 1 | -4,302128 | -0,59915 | 52,73343 | 0,197872 |
| 2 | -4,290766 | -0,00192 | 52,39508 | 0,011362 |
| 3 | -4,290729 | 0,000024 | 52,39398 | 0,000037 | **< ε** |

**x = - 4,290729 (ambos os critérios de parada foram atendidos).**

7) Encontrar, usando o método de Newton-Raphson, a raiz da função f(x) = 1/x + *sen*(x), que se encontra no intervalo [3,4], com erro ε = 10-3. Utilize como critério de parada |f(xn)| < ε ou | xn - xn-1 | < ε, o que ocorrer primeiro. Trabalhar com 6 casas decimais.

Obs.: monte uma tabela com os valores utilizados em cada iteração.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **x(k)** | **f(x(k))** | **f'(x(k))** | **x(k)-x(k-1)** |
| 0 | 3,5 | -0,06507 | -1,01809 |  |
| 1 | 3,436087 | 0,000773 | -1,04165 | -0,063913 | **< ε** |

**x = 3,436087 (atendendo o critério de parada | f(x’)| < ε).**